

RELAJACIÓN DE TENSIONES EN LÁMINAS CURVADAS DE MADERA: REVISIÓN DE LOS PROCEDIMIENTOS DE ENSAYO Y ENFOQUES DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL APLICADOS A ESTRUCTURAS LAMINARES

STRESS RELAXATION ON BENDING LATHS: REVIEW OF TEST PROCEDURES AND STRUCTURAL ANALYSIS APPROACHES APPLIED TO TIMBER GRIDSHELLS

Antonio José Lara-Bocanegra ^{(1) (3)}, Almudena Majano-Majano ⁽²⁾, Manuel Guaita ⁽³⁾

(1) Arch., Universidad Politécnica de Madrid, ETS Arquitectura, Departamento de Estructuras y Física de la Edificación, Madrid, Spain.

(2) Dr. Arch., Universidad Politécnica de Madrid, ETS Arquitectura, Departamento de Estructuras y Física de la Edificación, Madrid, Spain.

(3) Dr. Prof., Universidad de Santiago de Compostela, Escuela Politécnica Superior, Lugo, Spain.

Dirección de contacto: antoniolar@us.es

Código de identificación: T6-29

Resumen

Las estructuras de madera tipo *gridshell* consiguen su forma mediante el curvado en obra de una retícula de láminas inicialmente rectas. Este proceso de curvado origina tensiones en las láminas que fácilmente pueden alcanzar valores cercanos a los admisibles. Debido al comportamiento reológico del material, estas tensiones iniciales de curvado se reducen parcialmente con el tiempo. Este fenómeno, conocido como relajación de tensiones, resulta beneficioso desde un punto de vista de análisis estructural puesto que implica una recuperación parcial de la reserva estructural de las láminas. A pesar del interés del fenómeno son pocas las investigaciones que existen al respecto. En este trabajo se presenta una revisión de los procedimientos de ensayo utilizados hasta el momento para la medición de la relajación de tensiones en láminas curvadas de madera así como de los enfoques de cálculo a este respecto aplicados a estructuras post-conformadas en obra tipo *gridshell*. Serían deseables campañas experimentales con especímenes de tamaño estructural y equipos que posibiliten evaluar a largo plazo la relajación de tensiones a flexión en láminas de madera curvadas con radio constante, de modo que estuviesen sometidas exclusivamente a flexión pura.

Palabras clave: relajación de tensiones; láminas post-conformadas de madera; flexión; reología; fluencia

Abstract

Timber gridshell structures get their shape by curving on site initially straight timber laths. This curving process produces stresses in the laths that can easily reach values close to the allowable ones. These initial bending stresses are partially reduced over time due to the rheological behavior of the material. This phenomenon, known as stress relaxation, is beneficial from the structural analysis point of view since it involves a partial recovery of the structural reserve of the laths. Despite the interest of the phenomenon, few researches exist in this regard. This paper presents a review of the test procedures used so far for the measurement of the stress relaxation in timber curved laths as well as the analysis approaches in this respect applied to postformed gridshell structures. It would desirable to carry out experimental campaigns using specimens of structural size and equipment that would make it possible to evaluate the long term bending stress relaxation in timber curved laths with constant radius, so that they were subjected exclusively to pure bending.

Keywords: stress relaxation; timber gridshell; bending; rheology; creep

1. INTRODUCCIÓN

Las estructuras laminares reticulares de madera tipo *gridshell* están adquiriendo gran importancia en los últimos años debido a su alta eficacia estructural, su carácter sostenible y su atractiva estética. La técnica de la *gridshell* se basa en el curvado en obra de una retícula inicialmente plana formada por elementos de pequeña sección y gran longitud articulados en sus nodos. Durante el proceso de conformado, la retícula carece de rigidez en su plano y puede curvarse dando lugar a superficies con doble curvatura (fig. 1).



Figura 1: *The Savill Garden gridshell* (imagen de autoría propia)

En este proceso de curvado las láminas alcanzan un alto nivel de tensión pudiendo adquirir fácilmente valores cercanos a los máximos admisibles.

Asumiendo un comportamiento del material elástico y lineal (con el mismo módulo de elasticidad en tracción y compresión) y bajo el supuesto de pequeñas deformaciones, estas tensiones iniciales de curvado pueden aproximarse a una ley lineal distribuida en su sección, $\sigma(z)$, definida por la ecuación (1):

$$\sigma(z) = E \cdot z \cdot \frac{1}{R} \quad (1)$$

siendo E el módulo de elasticidad del material, z la distancia al eje neutro de la fibra en la que se quiere calcular la tensión, y R el radio de curvatura de la viga en la sección considerada.

Sin embargo, debido al comportamiento reológico viscoelástico de la madera y al proceso asociado de plastificación producido en su microestructura, bajo deformación constante estas tensiones iniciales de curvado sufren una disminución parcial en el tiempo. Este fenómeno es denominado *relajación de tensiones*.

Un segundo fenómeno derivado del comportamiento reológico es el conocido como *fluencia* que, por el contrario, consiste en el aumento de deformación producido en un material sujeto a carga constante a lo largo del tiempo (fig. 2).

La deformación tiene una componente elástica instantánea y una componente elástica diferida, además de una componente plástica permanente.

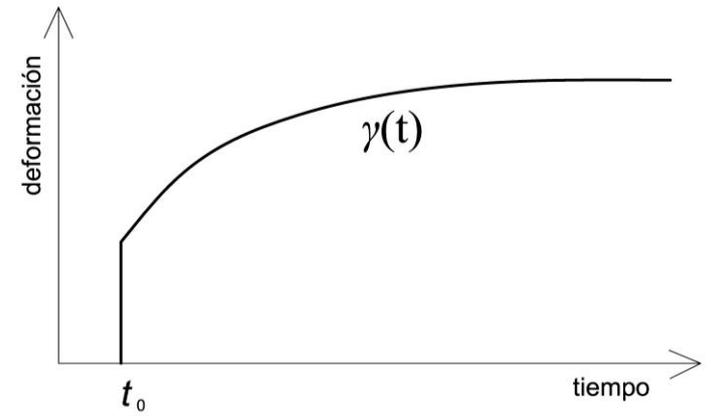


Figura 2: Curva típica de fluencia en madera

Ambos fenómenos reológicos dependen de las condiciones ambientales (fundamentalmente temperatura y humedad) y resultan de gran importancia en el ámbito de la ingeniería de materiales y cálculo estructural.

Centrando la atención en la relajación de tensiones, ésta puede expresarse como el cociente entre las tensiones en un instante t (σ_t) y la tensión inicial (σ_0) necesarias para mantener la forma, de acuerdo a la función (ecuación 2):

$$f(t) = \frac{\sigma_t}{\sigma_0} \quad (2)$$

Puesto que σ_t disminuye con el tiempo, $f(t) \leq 1$. Una curva típica se ilustra en la figura 3.

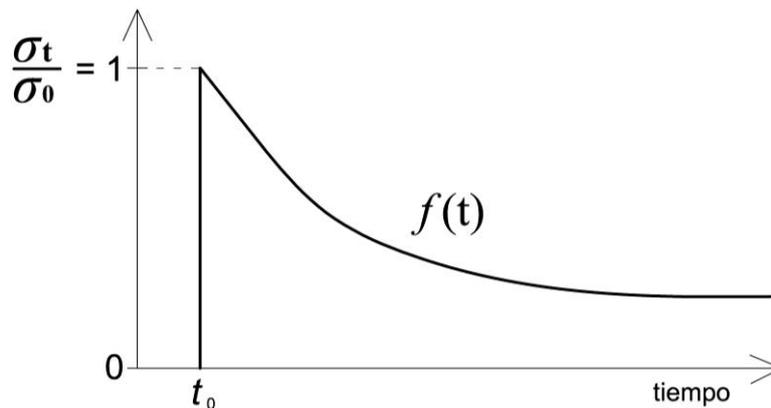


Figura 3: Curva típica de relajación de tensiones en madera

Esta reducción de tensiones resulta beneficiosa desde un punto de vista de análisis estructural puesto que implica una recuperación parcial de la reserva estructural de las láminas.

Sin embargo, a pesar del interés que supone el conocimiento de este fenómeno, para el diseño y dimensionado de *gridshells* de madera, la literatura existente al respecto es muy escasa. La mayoría de los estudios que tratan el comportamiento reológico de este material han focalizado su atención en la fluencia.

El objetivo del presente trabajo se centra por tanto en realizar una revisión de los métodos experimentales y enfoques de cálculo estructural empleados hasta el momento en relación con el análisis de la relajación de tensiones en láminas curvadas de madera aplicadas a estructuras laminares.

2. ENSAYOS DE RELAJACIÓN DE TENSIONES

La mayoría de los ensayos de relajación de tensiones enfocados a la caracterización del material han sido principalmente de tracción y compresión [1-3]. Sin embargo, en estructuras tipo *gridshells* donde la forma se consigue por curvado de las láminas, resulta de mayor interés el análisis de la relajación de tensiones bajo esfuerzos de flexión. Muy pocos son los estudios que existen al respecto en la literatura. Una recopilación bibliográfica se muestra en la Tabla 1 [4-12] incluyendo las condiciones asumidas en cuanto a configuración de ensayo, duración, temperatura y humedad, así como la especie y tamaño de las probetas empleadas.

Tabla 1: Recopilación de estudios sobre caracterización de relajación de tensiones en madera sometida a esfuerzos de flexión

Referencia	Especie	Tamaño de probetas	Tipo de ensayo	T ^a (°C)	CH (%)	Tiempo de ensayo
Groosman (1954); [4,5]	Hoop pine (<i>Araucaria cunninghamii</i> Ait)	203x203 mm ² Luz: 915 mm	Flexión 3-puntos	21°	12%; verde	100000 min
Becker&Reiter (1970) [6]	Haya (<i>Fagus sylvatica</i>)	18x66x240 mm ³	Voladizo	30° a 90°	7% a 19%	3000 min
Urakami (1971) [7]	Hinoki wood (<i>Chamaecyparis obtusa</i> Endl.)	10x1x110 mm ³ Luz: 80 mm	Flexión 3-puntos	30°	2.3% Hasta 18%	300 min +300 min
Perkitny & Hoffmann (1976) [8]	Pino	10x10x150 mm ³ Luz: 120 mm	Flexión 3-puntos	-	0 a 30%	100000 min
Kubát <i>et al.</i> (1989) [9]	Chapas de Scots pine (<i>Pinus silvestris</i>)	longitud:60 mm ancho: 3,6,12mm espesor: 0.75-0.8mm	Doble voladizo	-	5.9 %	1-2 días
Kubát & Klason (1991) [10]	Chapas de Scots pine (<i>Pinus silvestris</i>)	longitud:60 mm ancho: 3,6,12mm espesor: 0.75-0.8mm	Doble voladizo	-	20 a 95% (HR)	1-2 días
Ebrahimzadeh & Kubat (1993) [11]	Scots pine veneer (<i>Pinus silvestris</i>)	6x0.8x100 mm ³ 3x0.8x100 mm ³	Doble voladizo	-	5 a 85% (HR)	~135 min
Hunt <i>et al.</i> (2015) [12]	HDF	50x3.7x290 mm ³	Voladizo	20°	no medición	120 min; 180 min
	MDF	50x4.6x290 mm ³				
	PB	50x5.0x290 mm ³				

Como se desprende de la tabla, estos ensayos se caracterizan por utilizar probetas de pequeñas dimensiones y generalmente periodos de ensayo demasiado cortos.

A nivel normativo no existen directrices para la ejecución de ensayos de relajación de tensiones específicos en madera, aunque sí para otro tipo de materiales. Aun así, tales configuraciones normativas son similares a las empleadas en las investigaciones recopiladas en la Tabla 1. Por ejemplo, la norma americana ASTM E328-13 [13] aporta recomendaciones sobre métodos generales de ensayo de relajación de tensiones a flexión, incluyendo una configuración de flexión estática a cuatro puntos (fig. 4) y una probeta en voladizo.

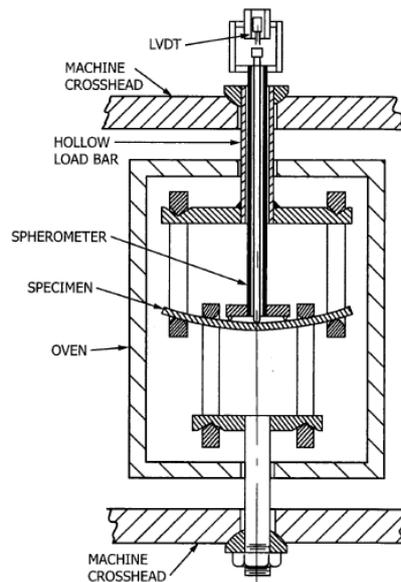


Figura 4: Configuración de ensayo de relajación de tensiones en flexión a 4 puntos [13]

Los esquemas de procedimiento de ensayo a flexión propuestos en las investigaciones recopiladas en la Tabla 1 y en la norma anteriormente mencionada, tienen como ventaja una relativa facilidad de ejecución. A grandes rasgos, consisten en restringir la deformación inicial mediante una o dos fuerzas puntuales aplicadas externamente en la longitud de la pieza (de manera similar a las configuraciones de ensayos estáticos) y registrar la variación del valor de dichas fuerzas para mantener la deformación constante en función del tiempo.

El inconveniente de estos procedimientos radica en que generan esfuerzos combinados de flexión y cortante de valor variable a lo largo de la longitud de la pieza. Esto implica que la curvatura es también variable, y por tanto no puede analizarse fácilmente la relación existente entre el valor de relajación de tensiones y la curvatura.

Otras configuraciones de ensayo han sido planteadas para su aplicación a *gridshells* utilizando probetas de grandes dimensiones.

La propuesta por Happold y Liddell, (1975) [14] para la *gridshell* del *Mannheim Multihalle* consiste en el curvado de láminas mediante el tensado por cable a modo de arco. Este método, aunque muy sencillo de ejecución, presenta inconvenientes similares a los mencionados anteriormente ya que se generan esfuerzos de flexión y axil de valor variable en la longitud de las piezas ensayadas. En consecuencia, la medición de la relajación no se puede asociar a un nivel de tensión en una sección cualquiera, sino que corresponde a la pieza completa. Esto obligó a ensayar diferentes largos de lámina y niveles de curvado (radios de curvatura de 6 y 12 metros).

Otro método fue llevado a cabo por Pirazzi (2005) [15] que consistía en el curvado de láminas sobre un molde de radio constante, fijadas al mismo mediante unos gatos de sujeción. Dichos gatos eran liberados de la posición curvada en diferentes intervalos de tiempo con el objetivo de medir la recuperación elástica correspondiente. Estas mediciones se realizaban en cuatro puntos de las láminas utilizando extensómetros. En diferencia a los anteriores métodos de ensayo, el presentado por Pirazzi tiene la gran ventaja de que la lámina es solicitada exclusivamente a un momento y curvatura constante. En consecuencia la medición de la relajación de la pieza sí puede asociarse teóricamente a la relajación producida en una sección ya que todas tienen el mismo nivel de tensión y la misma curvatura. Sin embargo el método presenta algunos inconvenientes. Por un lado implica mediciones indirectas ya que la relajación de tensiones se deduce de la recuperación elástica (deformación producida al liberar los gatos de sujeción) y no directamente de la medición de la reducción de la fuerza necesaria para mantener la lámina en su posición curvada. En segundo lugar,

las mediciones obtenidas presentan incertidumbres puesto que el valor de la recuperación elástica depende de la duración de la propia operación de desmontaje de los gatos, que además puede resultar diferente en cada medición. El método propuesto requiere disponer de diferentes moldes para ensayar distintos radios de curvatura.

3. ENFOQUES DE CÁLCULO

Dos enfoques de cálculo han sido aplicados a las estructuras post-conformadas considerando el fenómeno de la relajación de tensiones. Éstos se basan en la reducción de la resistencia del material a flexión, o bien en la reducción de la tensión de curvado inicial, tal y como se detalla a continuación.

3.1 Reducción de la resistencia a flexión

Este enfoque, aplicado por los autores Harris (2012) [16] y D'Amico *et al.* (2015) [17], considera la formulación normativa estipulada para el cálculo de vigas curvas de madera laminada encolada. Se basa en emplear la teoría de vigas rectas despreciando el valor de las tensiones residuales de curvado, pero aplicando un coeficiente de reducción de la resistencia a flexión. Para ello el Eurocódigo 5 [18] propone el uso del factor reductor k_r según la ecuación (3):

$$\sigma_{m,d} \leq k_r f_{m,d} \quad (3)$$

El factor reductor k_r adquiere su valor en función del espesor (t) y radio de curvatura de las láminas (r_{in}) de acuerdo a las expresiones siguientes (ecu. 4):

$$k_r = \begin{cases} 1 & \text{para } \frac{r_{in}}{t} \geq 240 \\ 0,76 + 0,001 \frac{r_{in}}{t} & \text{para } \frac{r_{in}}{t} < 240 \end{cases} \quad (4)$$

Expresiones similares se recogen en las especificaciones de diseño americanas [19] en las que se utiliza un factor de reducción de resistencia C_c , equivalente a k_r , de la forma (ecu. 5):

$$C_c = 1 - 2000 \left(\frac{t}{r_{in}} \right)^2 \quad (5)$$

Limitándose la relación $t/r_{in} \leq 1/100$ para frondosas y pino del sur, y $t/r_{in} \leq 1/125$ para otras coníferas.

Las expresiones anteriores tienen su origen en investigaciones experimentales realizadas en arcos de madera laminada encolada llevadas a cabo por Wilson (1939) [21] y Hudson (1960) [21]. Para el encolado de estas vigas laminadas se utilizaron adhesivos que imponían gran humedad en la madera, a lo que sucedía la aplicación de un tratamiento con calor para acelerar su proceso de curado. No debe olvidarse que la humedad y temperatura implican un gran porcentaje de relajación de las tensiones iniciales de curvado tal y como se ha demostrado en diversas investigaciones [4-8, 10,11].

Por tanto, la aplicación de este enfoque de cálculo solo debería considerarse apropiado para gridshells construidas con láminas de madera maciza si éstas presentan un alto contenido de humedad durante el proceso de curvado en obra (generalmente por encima del 20%), y éste se lleva a cabo de manera muy lenta (normalmente varias semanas de duración), permitiendo así una mayor facilidad en el proceso de curvado de la lámina. Algunas de las *gridshells* más importantes construidas hasta el momento han sido realizadas cumpliendo estas condiciones. Es el caso de *The Weald and Downland Open Air Museum gridshell* (UK) [22] y *The Savill Garden gridshell* (UK)

[23] (fig. 1), en las que se utilizó roble en verde y alerce con un alto contenido de humedad respectivamente. En ambas, el proceso de curvado hasta su posición final duró varias semanas. En opinión de los autores, el factor reductor k_r no sería de aplicación en el cálculo de gridshells en las que el proceso de curvado se realice con madera seca.

Además, cabe hacer notar que la propuesta del Eurocódigo 5 [18] de desprestigiar las tensiones residuales de curvado a través del empleo del factor k_r solo es aplicable en el análisis de verificación de esfuerzos a flexión. Sin embargo, en otro tipo de análisis como pandeo, esta consideración podría implicar una sobreestimación de la estabilidad global de la estructura. De hecho, se ha demostrado analítica y numéricamente que la influencia de las tensiones residuales tiene un efecto reductor de la carga crítica de pandeo en arcos flectados elásticamente [24,25] y gridshells [26].

3.2 Reducción de la tensión de curvado

Este enfoque ha sido utilizado por Happold y Liddell (1975) [14] y Gliniorz *et al.* (2002) [27] para la construcción de otras estructuras *gridshells*.

Se fundamenta en la propia definición de relajación de tensiones, requiriendo la determinación de la función $f(t) = \sigma_t / \sigma_0$ (ecu. 2). Esta expresión puede también escribirse de la forma (ecu. 6):

$$\sigma_t = f(t) \cdot \sigma_0 \quad (6)$$

De la ecuación anterior se deduce que la tensión en un instante de tiempo t , σ_t , resulta de reducir la tensión inicial de curvado, σ_0 , por el valor de la función $f(t)$ para ese mismo instante. La función $f(t)$ dependiente del tiempo, presenta el inconveniente de ser una función desconocida y no estar definida en el Eurocódigo 5 [18].

Sin embargo, diversas investigaciones demuestran que el comportamiento reológico de la madera permite la aplicación del principio de reciprocidad [5]. Según este principio, las funciones que describen la fluencia, $\gamma(t)$, y la relajación de tensiones, $f(t)$, siguen la relación $\gamma(t) = 1/f(t)$. Considerando esta última relación así como el valor máximo de $\sigma_0 = Eh/2r$, la ecuación (6) puede reescribirse de la forma (ecu. 7):

$$\sigma_t = \frac{1}{\gamma(t)} \frac{Eh}{2r} \quad (7)$$

El Eurocódigo 5 [18] sí recoge los valores de la función de fluencia $\gamma(t)$ para $t = \infty$, a través de la expresión $\gamma(\infty) = 1 + k_{def}$. Según esto, la tensión residual de curvado a plazo infinito podría calcularse del siguiente modo (ecu. 8):

$$\sigma_\infty = \frac{1}{1+k_{def}} \frac{Eh}{2r} \quad (8)$$

El parámetro k_{def} es un valor normalizado de la función de fluencia, que adquiere diferentes valores dependiendo de la clase de servicio y del producto de madera, sin hacer distinción entre especies. Cabe hacer notar que este parámetro deriva de una configuración de ensayos de flexión a cuatro puntos y es independiente de la longitud del elemento ensayado. Una vez más el resultado obtenido no es un valor específico de la sección sino de la barra. Teniendo en cuenta que la relajación de tensiones depende del nivel de tensión [3], este enfoque podría tener validez como primera aproximación, pero sería deseable determinar el valor utilizando un método de ensayo que reproduzca de manera más precisa la situación real.

4. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se lleva a cabo una recopilación de los métodos experimentales y enfoques de cálculo estructural utilizados hasta el momento para el análisis de la relajación de tensiones en láminas curvadas de madera aplicadas a estructuras laminares.

El enfoque de cálculo normativo utilizando el coeficiente reductor de la resistencia, k_r , no es aplicable a *gridshells* curvadas en seco. Sería necesario aplicar la función $f(t)$ para considerar de manera más realista la relajación de tensiones producidas en el tiempo debidas al curvado.

En una primera aproximación, la función $f(t)$ podría asumirse como $1/(1 + k_{def})$ considerando válida el principio de la reciprocidad, pero debe tenerse en cuenta que dicho principio debería utilizarse solo para una configuración de carga equivalente a la configuración de la que procede.

Los ensayos utilizados hasta el momento para cuantificar la relajación de tensiones no ofrecen resultados propios de una flexión pura en el espécimen, sino de esfuerzos combinados de valor variable en su longitud. Por consiguiente, los valores de relajación de tensiones obtenidos para la lámina no son fácilmente extrapolables a la sección. Además, suelen utilizarse probetas de pequeñas dimensiones y generalmente periodos de ensayo demasiado cortos.

Para arrojar luz sobre estas cuestiones, sería deseable realizar campañas experimentales extensas con especímenes de tamaño estructural y equipos que posibiliten configuraciones de ensayos apropiadas y minimicen las incertidumbres en los procedimientos de medición empleados hasta el momento. Estos métodos de ensayo deberían permitir, de modo sencillo y eficaz, evaluar a largo plazo la relajación de tensiones a flexión en láminas de madera curvadas con radio constante, de modo que estuviesen sometidas exclusivamente a flexión pura.

AGRADECIMIENTOS

Los trabajos aquí presentados han sido desarrollados en el marco del proyecto de investigación BIA2015-64491-P *Análisis de la relajación de tensiones en láminas curvadas y de nuevas soluciones de unión para estructuras de madera tipo gridshell realizadas con Eucalyptus globulus*, cofinanciado por el Programa Estatal de fomento de la Investigación Científica y Técnica de Excelencia, Subprograma Estatal de generación del conocimiento (convocatoria 2015), del Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España y fondos FEDER.

REFERENCIAS

- [1] Kitazawa, G., 'Stress relaxation of wood under constant strain: a study of the visco-elastic property of wood', *New York State College of Forestry Tech. Bull. No. 67* (1947).
- [2] Bach, L. and Rovner, B., 'Stress relaxation in wood at different grain angles', *Forest Products Laboratory Vancouver, British Columbia. Information Report VP-X-14* (1967) 22pp.
- [3] Echenique-Manrique, E., 'Stress relaxation of wood at several levels of strain', *Wood Science and Technology*. **3** (1969) 49-73.
- [4] Grossman, P.U.A., 'Stress relaxation in wood', *Nature*. **173** (1954) 42-43.
- [5] Grossman, P.U.A. and Kingston R.S.T., 'Creep and stress relaxation in wood during bending', *Austral. J. Applied Sci.* **5**(4) (1954) 403-417.
- [6] Becker, H. and Reiter, L., 'On the effect of temperature and moisture content on the relaxation of bending stress in beechwood' (in german), *Holz als Roh- und Werkstoff*. **28** (1970) 264-270.
- [7] Urakami, H., 'Stress relaxation of wood treated with the formaldehyde in bending and in torsion during adsorption of water vapor', *Sci. Rep. Kyoto Pref. Univ, Agr.* **23** (1971) 88-99.
- [8] Perkitny, T. and Hoffmann, Z., 'Zur Relaxation von Holz nach verschieden langer, konstanter Durchbiegung' (in german), *Holz als Roh- und Werkstoff*. **34** (1976) 167-170.
- [9] Kubát, D.G., Samuelsson, S. and Klason, C., 'Stress relaxation in wood (Scots pine veneer)', *Journal of Materials Science*. **24** (1989) 3541-3548.

- [10] Kubát, D.G. and Klason, C., 'Stress relaxation in wood: Scots pine veneer. Part II Quantitative comparison with the prediction of a cooperative flow model', *Journal of Materials Science*. **26** (1991) 5621-5268.
- [11] Ebrahimzadeh, P.R. and Kubát, D.G., 'Effects of humidity changes on damping and stress relaxation in wood', *Journal of Materials Science*. **28** (1993) 5668-5674.
- [12] Hunt, J.F., Zhang, H. and Huang, Y., 'Analysis of cantilever-beam bending stress relaxation properties of thin wood composites', *Bioresources*. **10**(2) (2015) 3131-3145.
- [13] ASTM E328-13 'Standard Test Methods for Stress Relaxation Tests for Materials and Structures'. (2013)
- [14] Happold, E. and Liddell, W.I., 'Timber lattice roof for the Mannheim Bundesgartenschau'. *The Structural Engineer*, **53**(3) (1975) 99-135.
- [15] Pirazzi, C. 'Zur Berechnung von Holzschalen in Brettrippenbauweise mit Elastischem Verbundquerschnitt' (in english: 'On the calculation of screw-laminated timber rib shells'). PhD Thesis, EPF-Lausanne, Switzerland (2005).
- [16] Harris, R. 'Designing a gridshell'. Presentation in Lund training school 'Timber Engineering', COST Action FP1004 'Enhance mechanical properties of timber, engineered wood products and timber structures'. Lund, Sweden (2012).
- [17] D'Amico, B., Kermani, A., Zhang, H., Pugnale, A., Colabella, S. and Pone, S., 'Timber gridshells: Numerical simulation, design and construction of a full scale structure', *Structures*. **3** (2015) 227-235.
- [18] EN 1995-1-1 'Eurocode 5: Design of timber structures. Part 1-1: General. Common rules and rules for buildings'. (2016)
- [19] ANSI/AWC NDS-2015 'National Design Specification for Wood Construction (NDS)' and 'Supplement – Design Values for Wood Construction', American Forest and Paper Association, Washington, D.C. (2015).
- [20] Wilson, T.R.C. 'The glued laminated wooden arch', Technical Bulletin N° 691. United States Department of Agriculture, Washington, D.C. (1939).
- [21] Hudson, W.M. 'The effect of initial bending on the strength of curved laminated timber beams', *Wood*. **25**(6) (1960) 234-236.
- [22] Harris, R., Kelly, O. and Dickson M., 'Downland gridshell-an innovation in timber design', *Proceedings of Ice. Civil Engineering*. **156** (2003) 26-33.
- [23] Harris, R. and Roynon, J. 'The Savill Garden gridshell design and construction', Proceedings of the 10th Conference on Timber Engineering, Miyazaki, Japan. (2008).
- [24] Thompson, J. and Hunt, G.W., 'On the buckling and imperfection-sensitivity of arches with and without prestress', *Int. J. Solids Struct.* **19**(5) (1983) 445-459.
- [25] Chini, S.A. and Wolde-Tinsae A.M., 'Effect of prestressing on elastic arches', *J. Eng. Mech.* **114**(10) (1988) 1791-1800.
- [26] Mesnil, R., Ochsendorf, J. and Douthe, C., 'Influence of the pre-stress on the buckling capacity of elastic grid shells', Proc. Of the IASS Symposium, Wroclaw, Poland (2013).
- [27] Gliniorz, K-U., Mosalam, K.M. and Natterer, J., 'Modeling of layered timber beams and ribbed shell frameworks'. *Composites: Part B*, **33** (2002) 367-381.